

Problem 2

If $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix}$ and $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix}$, find

(a) $\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$

(b) $3\mathbf{A} + \mathbf{B}$

(c) \mathbf{AB}

(d) \mathbf{BA}

Solution

$$\begin{aligned} \mathbf{A} - 2\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2i & 6 \\ 4 & -4i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-i & -7+2i \\ -1+2i & 2+3i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\mathbf{A} + \mathbf{B} &= 3 \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3+3i & -3+6i \\ 9+6i & 6-3i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3+4i & 6i \\ 11+6i & 6-5i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (1+i)(i) + (-1+2i)(2) & (1+i)(3) + (-1+2i)(-2i) \\ (3+2i)(i) + (2-i)(2) & (3+2i)(3) + (2-i)(-2i) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3+5i & 7+5i \\ 2+i & 7+2i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{BA} &= \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (i)(1+i) + (3)(3+2i) & (i)(-1+2i) + (3)(2-i) \\ (2)(1+i) + (-2i)(3+2i) & (2)(-1+2i) + (-2i)(2-i) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8+7i & 4-4i \\ 6-4i & -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$